1.- DATOS DE LA ASIGNATURA

Nombre de la asignatura:	**Ecuaciones Diferenciales**
Carrera:	**Todas las Carreras**
Clave de la asignatura:	**ACF-0905**
(Créditos) SATCA[1]	**3 - 2 - 5**

2.- PRESENTACIÓN

Caracterización de la asignatura.

El curso de ecuaciones diferenciales es un campo fértil de aplicaciones ya que una ecuación diferencial describe la dinámica de un proceso; el resolverla permite predecir su comportamiento y da la posibilidad de analizar el fenómeno en condiciones distintas.

En esta asignatura el estudiante consolida su formación matemática como ingeniero y se potencia su capacidad en el campo de las aplicaciones; aportando a su perfil:
Una visión clara sobre el dinamismo de la naturaleza; habilidades para adaptarse a las diferentes áreas laborales de su competencia, dando respuesta a los requerimientos de la sociedad; el desarrollo de un pensamiento lógico, heurístico y algorítmico al modelar sistemas dinámicos; un lenguaje y operaciones simbólicas que le permitirán comunicarse con claridad y precisión, hacer cálculos con seguridad y manejar representaciones gráficas para analizar el comportamiento de sistemas dinámicos.

Intención didáctica.

Para conformar esta asignatura fueron seleccionados los contenidos básicos de ecuaciones diferenciales que le permitan al estudiante:
Modelar y resolver problemas típicos de ingeniería.
Tener el fundamento matemático para abordar con éxito, en cursos posteriores, los conceptos matemáticos involucrados en situaciones propias de su especialidad.

En la unidad I, se pretende que el estudiante desarrolle las competencias para resolver problemas que puedan ser modelados con una ecuación diferencial de primer orden. Se inicia con este tipo de ecuaciones pues son la base conceptual para las de orden superior.

[1] Sistema de asignación y transferencia de créditos académicos

En la Unidad II, se estudian las ecuaciones diferenciales lineales de orden superior ya que un gran número de los problemas dinámicos de ingeniería, se modelan con ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden (Movimiento vibratorio, Circuitos eléctricos en serie, entre otros).

En la Unidad III, se aborda la transformada de Laplace con la intención de proveer de una herramienta que facilite y amplíe su capacidad para resolver problemas modelados a través de ecuaciones diferenciales lineales con condiciones iniciales.

En la Unidad IV, se tratan los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales para extender el campo de aplicación a problemas que involucran más de una variable dependiente en procesos simultáneos.

La intención didáctica de las aplicaciones es que éstas se desarrollen a lo largo de cada unidad aunque se incluyan como un subtema al final.

Las actividades de aprendizaje recomendadas pretenden servir de ejemplo para el desarrollo de las competencias, mencionadas más adelante en este documento, y se propone adecuarlas a la especialidad y al contexto institucional.

3.- COMPETENCIAS A DESARROLLAR

Competencias específicas	Competencias genéricas
• Modelar la relación existente entre una función desconocida y una variable independiente mediante una ecuación diferencial (ED) que describe algún proceso dinámico. • Identificar los diferentes tipos de ED ordinarias de primer orden, sus soluciones generales, particulares y singulares e interpretarlas en el contexto de la situación en estudio. • Modelar la relación existente entre una función desconocida y una variable independiente mediante una ecuación diferencial lineal (EDL) de orden superior que describe algún proceso dinámico. • Comprender la importancia de la solución de una EDL homogénea en la construcción de la solución general de una no homogénea.	**Competencias instrumentales** • Procesar e interpretar datos. • Representar e interpretar conceptos en diferentes formas: numérica, geométrica, algebraica, trascedente y verbal. • Comunicarse en el lenguaje matemático en forma oral y escrita. • Modelar matemáticamente fenómenos y situaciones. • Pensamiento lógico, algorítmico, heurístico, analítico y sintético. • Propiciar el uso de nuevas tecnologías. • Resolución de problemas. • Analizar la factibilidad de las soluciones. • Optimizar soluciones. • Toma de decisiones. • Reconocimiento de conceptos o

• Aplicar el método de coeficientes indeterminados y el de variación de parámetros, seleccionando el más adecuado. • Reconocer y aplicar la Transformada de Laplace como una herramienta útil en la solución de EDL que se presentan en su campo profesional. • Modelar y describir situaciones diversas a través de sistemas de EDL. • Resolver sistemas de EDL utilizando el método de los operadores diferenciales y la transformada de Laplace. • Integrar las herramientas estudiadas reconociendo las limitaciones y ventajas de los métodos aplicados.	principios generales e integradores. • Establecer generalizaciones. • Argumentar con contundencia y precisión.

4.- HISTORIA DEL PROGRAMA

Lugar y fecha de elaboración o revisión	Participantes	Observaciones (cambios y justificación)
Cd. de Matamoros, Tamaulipas del 9 al 13 de Marzo de 2009.	Representantes de los Institutos Tecnológicos de León, Matamoros, Mérida y Milpa Alta.	Definición de los temarios.
Cd. de Puebla, Puebla del 8 al 12 de junio del 2009	Representantes de los Institutos Tecnológicos de León, Matamoros, Mérida y Milpa Alta.	Consolidación de los temarios.

5.- OBJETIVO(S) GENERAL(ES) DEL CURSO (competencia específica a desarrollar en el curso)

- Identificar, modelar y manipular sistemas dinámicos para predecir comportamientos, tomar decisiones fundamentadas y resolver problemas.
- Integrar los conceptos construidos en su periodo de formación matemática y vincularlos con los contenidos de las asignaturas de la ingeniería en estudio

6.- COMPETENCIAS PREVIAS

- Modelar una relación entre variables a través de funciones.
- Construir e interpretar gráficas de funciones típicas.
- Reconocer y aprovechar las propiedades de una función (simetría, periodicidad, intervalos de crecimiento y decrecimiento, entre otros).
- Leer e interpretar funciones en diferentes contextos. Extrapolación de conocimientos.
- Derivar e integrar funciones de una o más variables independientes.
- Interpretar a la derivada como una razón de cambio y expresar una razón de cambio como una derivada.
- Determinar e interpretar límites al infinito.
- Manejar un número complejo en sus diferentes representaciones.
- Calcular determinantes.
- Determinar y comprender la dependencia e independencia lineal de un conjunto de funciones.

7.- TEMARIO

Unidad	Temas	Subtemas
1	Ecuaciones diferenciales de primer orden.	1.1 Teoría preliminar. 1.1.1 Definiciones (Ecuación diferencial, orden, grado, linealidad). 1.1.2 Soluciones de las ecuaciones diferenciales. 1.1.3 Problema del valor inicial. 1.1.4 Teorema de existencia y unicidad. 1.2 ED de variables separables y reducibles. 1.3 ED exactas y factor integrante. 1.4 ED lineales. 1.5 ED de Bernoulli. 1.6 Aplicaciones.

TEMARIO (continuación)

Unidad	Temas	Subtemas
2	Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior.	2.1 Teoría preliminar- 2.1.1 Definición de ED de orden ***n.*** 2.1.2 Problemas de valor inicial. 2.1.3 Teorema de existencia y unicidad de solución única. 2.1.4 EDL homogéneas. 2.1.4.1 Principio de superposición. 2.1.5 Dependencia e independencia lineal, wronskiano. 2.1.6 Solución general de las EDL homogéneas. 2.1.6.1 Reducción de orden de una EDL de orden dos a una de primer orden, construcción de una segunda solución a partir de otra ya conocida. 2.2 Solución de EDL homogéneas de coeficientes constantes. 2.2.1 Ecuación característica para EDL de segundo orden (raíces reales y distintas, raíces reales e iguales, raíces complejas conjugadas). 2.3 Solución de las EDL no homogéneas. 2.3.1 Método por coeficientes determinados. 2.3.2 Método de variación de parámetros. 2.4 Aplicaciones.
3	Transformada de Laplace.	3.1 Teoría preliminar. 3.1.1 Definición de la transformada de Laplace. 3.1.2 Condiciones suficientes de existencia para la transformada de Laplace. 3.2 Transformada directa. 3.3 Transformada inversa.

TEMARIO (continuación)

Unidad	Temas	Subtemas
		3.4 Propiedades. 3.4.1 Transformada de Laplace de funciones definidas por tramos. 3.4.2 Función escalón unitario. 3.4.3 Propiedades de la transformada de Laplace (linealidad, teoremas de traslación). 3.4.4 Transformada de funciones multiplicadas por t^n, y divididas entre t.. 3.4.5 Transformada de derivadas (teorema). 3.4.6 Transformada de integrales (teorema). 3.4.7 Teorema de la convolución. 3.4.8 Transformada de Laplace de una función periódica. 3.4.9 Función delta Dirac. 3.4.10 Transformada de Laplace de la función delta Dirac 3.5 Solución de ecuaciones.
4	Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.	4.1 Teoría preliminar. 4.1.1 Sistemas de EDL. 4.1.2 Sistemas de EDL homogéneos. 4.1.3 Solución general y solución particular de sistemas de EDL. 4.2 Métodos de solución para sistemas de EDL. 4.2.1 Método de los operadores. 4.2.2 Utilizando transformada de Laplace. 4.3 Aplicaciones.

8.- SUGERENCIAS DIDÁCTICAS (desarrollo de competencias genéricas)

- El estudiante, con base en sus conocimientos previos, tiene la posibilidad de construir modelos matemáticos de una situación específica de ingeniería. Se sugiere que el profesor aproveche esta situación para orientar al estudiante en la consolidación de conceptos ya estudiados y en la formalización de otros, presentes en el modelo.
- Introducir los métodos de solución de ecuaciones diferenciales propiciando la discusión y el análisis de situaciones problémicas que conlleven a la construcción de modelos, apoyándose en las leyes de la física (segunda de ley de Kirchhoff, segunda ley de Newton, ley de Hooke, ley de enfriamiento de Newton, entre otras).
- Para aprovechar las características de este curso, es conveniente ir y venir constantemente de la situación concreta al modelo, con la intención de elevar la capacidad de abstracción del estudiante. Una ilustración de cómo se puede llevar a cabo esto aparece en la práctica 1.
- Diseñar proyectos cuya elaboración y desarrollo demanden del alumno.
- Proponer problemas que con su análisis y solución permitan vincular los contenidos de la asignatura, con los de otras asignaturas del plan de estudio, para desarrollar una visión interdisciplinaria en el estudiante.
- Promover el aprendizaje cooperativo con actividades de trabajo en equipo buscando que, en la discusión, el alumno pueda integrar, conceptualizar, relacionar, generalizar, estructurar y diferenciar ideas sobre los temas de estudio. Una manera de diseñar proyectos o problemas interesantes consiste en tomar problema típico complementarlo con actividades que busquen desarrollar algunas de las competencias mencionadas. Una ilustración de cómo se puede llevar a cabo esta idea se encuentra en la práctica 2.
- Por las características de este curso se recomienda que constantemente el salón de clases se transforme en un laboratorio de matemáticas, para esto es necesario que el profesor diseñe las prácticas correspondientes, en este programa y a manera de ejemplo se presentan dos.
- Es conveniente generar un entorno propicio en el aula o laboratorio que promueva en el estudiante el uso de las Tecnologías de la Información y de la Comunicación (Mathcad, Mathematica, Maple, Matlab o calculadoras gráfico-simbólicas) que al ahorrar el trabajo operativo le permitan experimentar con la situación en estudio bajo distintas condiciones (Ver práctica 2).
- Evitar exponer aquellos conceptos que puedan ser deducidos por los estudiantes, en su lugar, guiarlos con preguntas para que lo consigan por ellos mismos.
- Cuando la estrategia sea la exposición de un tema se recomienda mantener una actividad intelectual en el alumno, por ejemplo planteándoles preguntas que promuevan a la reflexión.
- Generar un ambiente de confianza en el que el estudiante exprese sus dudas e inquietudes y participe sin temor con sus ideas durante el desarrollo de los temas.

9.- SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

- .Se aconseja mantener una actitud de continua observación durante todo el proceso de aprendizaje para tener información que nos permita encontrar las formas y momentos adecuados de evaluación, considerando a ésta como una fuente de aprendizaje y una oportunidad más para mejorar, es decir, otorgarle una función formativa.
- Es importante que la evaluación tenga distintos fines y no sólo el de asignar una calificación al estudiante. Que la evaluación sea permanente con la idea de ver qué tanto, nuestro curso, se está alejando de los objetivos originalmente planteados y hacer oportunamente los ajustes correspondientes. Para esto se pueden aplicar cuestionarios breves que los mismos alumnos califiquen (pues no tienen la finalidad de asignar una calificación).
- También se sugiere aplicar exámenes para resolver en casa, bajo condiciones estrictas de un examen, los cuales se califican por pares, la idea es, por un lado que el alumno se someta a un esfuerzo mayor que el que realiza con los ejercicios de refuerzo y como consecuencia aprenda; por otro lado realice una autoevaluación, en este caso validada por un compañero, en la que observe si ha logrado aprender lo que el profesor pretende.
- Otra alternativa es encargar tareas específicas en las que, con soluciones presentadas (más no entregadas) por el docente, el alumno tenga la oportunidad de autoevaluarse contrastando sus soluciones. En esta actividad es importante que el profesor muestre su solución (por ejemplo dejándola en el escritorio) sólo hasta que esté seguro de que el alumno tiene la propia.
- Una posible ponderación para asignar una calificación es 70% un examen escrito en el que se muestren las habilidades de cálculo, la resolución de problemas y el conocimiento teórico de las ideas matemáticas y 30% de actividades de aprendizaje diseñadas por el profesor al ir desarrollando la unidad.

10.- UNIDADES DE APRENDIZAJE

Unidad 1: Ecuaciones diferenciales de primer orden.

Competencia específica a desarrollar	**Actividades de Aprendizaje**
• Modelar la relación existente entre una función desconocida y una variable independiente mediante una ecuación diferencial que describe algún proceso dinámico (crecimiento, decaimiento, mezclas, geométricos, circuitos eléctricos). • dentificar los diferentes tipos de E.D. ordinarias de primer orden, sus soluciones generales, particulares y singulares e interpretarlas, en el contexto de la situación en estudio.	• Realizar las prácticas sugeridas 1 y 2. • Identificar un problema de valor inicial y expresar las condiciones del mismo. • Reconocer los métodos con los que una ecuación diferencial puede ser resuelta. • Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden e interpretar gráficamente las soluciones. • Modelar situaciones típicas utilizando ecuaciones diferenciales de primer orden.

Unidad 2: Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior.

Competencia específica a desarrollar	**Actividades de Aprendizaje**
• Modelar la relación existente entre una función desconocida y una variable independiente mediante una ecuación diferencial lineal de orden superior que describe algún proceso dinámico (Movimiento vibratorio y circuitos eléctricos). • Comprender la importancia de la solución de una EDL homogénea en la construcción de la solución general de una no homogénea. • Aplicar el método de coeficientes indeterminados y el de variación de parámetros, seleccionando el más adecuado en situaciones específicas.	• Identificar un problema de valor inicial y expresar las condiciones del mismo. • Una vez concluido el subtema “Teoría Preliminar” se sugiere que el alumno realice la Práctica 3. • Resolver ecuaciones diferenciales lineales de orden superior: a) Homogéneas. b) No homogéneas (Método de los coeficientes indeterminados y el de variación de parámetros). • Reconocer los alcances y limitaciones de cada método. • Interpretar gráficamente las soluciones. • Modelar situaciones típicas utilizando ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden.

Unidad 3: Transformada de Laplace.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
Reconocer y aplicar la Transformada de Laplace como una herramienta útil en la solución de ecuaciones que se presentan en su campo profesional (Movimiento vibratorio y circuitos eléctricos).	• Transformar funciones usando la definición de la transformada de Laplace (Obtener algunas fórmulas). • Transformar funciones utilizando las fórmulas de transformada de Laplace. • Reconocer que cada fórmula de transformada de Laplace es al mismo tiempo una fórmula de transformada inversa. • Recuperar la función f(t) de una función transformada F(s), utilizando las fórmulas de transformada de Laplace. • Manejar las propiedades de la transformada de Laplace. • Resolver ecuaciones diferenciales, integrales o integrodiferenciales usando transformada de Laplace.

Unidad 4: Sistemas de ecuaciones diferenciales.

Competencia específica a desarrollar	Actividades de Aprendizaje
• Modelar y describir situaciones diversas (tanques de mezclado, resortes acoplados y redes eléctricas) a través de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. • Resolver sistemas de ecuaciones diferenciales lineales utilizando el método de los operadores diferenciales y la transformada de Laplace. • Integrar las herramientas estudiadas en las unidades previas al reconocer las limitaciones y ventajas de los métodos aplicados.	• Identificar en situaciones cotidianas y de ingeniería la presencia de más de una variable que dependen de una sola variable independiente. • Reconocer en un problema, la existencia de más de una situación y que cada una de ellas puede ser representada por una EDL. • Con la mediación del maestro modelar diversas situaciones presentes en un problema utilizando sistemas de EDL. • Reconocer que el resolver un sistema de EDL implica solamente aplicar conceptos ya estudiados (por lo menos solución de sistemas de ecuaciones lineales y solución de EDL). • Resolver sistemas de EDL, utilizando

	operador diferencial o transformada de Laplace. • Interpretar las soluciones de sistemas de EDL utilizados en la modelación de problemas. • Predecir comportamientos y analizar fenómenos en condiciones distintas, al estudiar problemas modelados con sistemas de EDL.

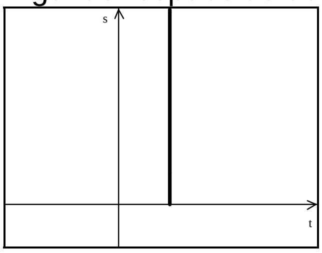
11.- FUENTES DE INFORMACIÓN

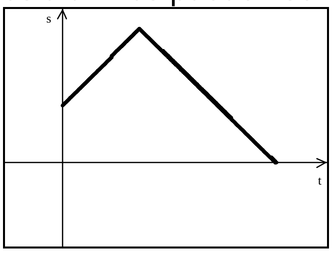
1. Zill, Dennis & Cullen, Michael (2008). *Matemáticas Avanzadas Para Ingeniería I Ecuaciones Diferenciales*. Tercera Edición. Ed. McGraw-Hill.
2. Edwards, Henry & Penney, David (2009) *Ecuaciones diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*. Cuarta Edición. Ed. Pearson.
3. Rainville, Earl (2006). *Ecuaciones Diferenciales Elementales*. Segunda Edición. Ed. Trillas.
4. Spiegel, Murray (1989). *Teoría y problemas de transformadas de Laplace*.Ed. McGraw-Hill.
5. Ayres, Frank Jr.(1996). *Ecuaciones Diferenciales.* Primera edición. McGraw-Hill. Serie Schaum.

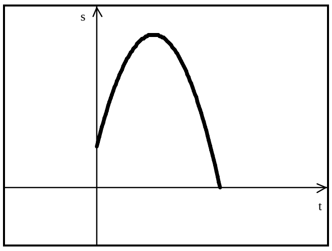
12.- PRÁCTICAS PROPUESTAS

Práctica 1. Problema de valor inicial

Para introducir el concepto de ecuación diferencial, el problema de valor inicial y orden de una ecuación diferencial, se puede plantear la siguiente situación:
Realiza una gráfica que describa la posición, en el tiempo, de un lápiz lanzado verticalmente hacia arriba.
Algunas respuestas de los alumnos pueden ser:







La idea es confrontar a los estudiantes con sus respuestas, analizando en plenaria las representaciones dadas.

Algunos argumentos, fundamentados en sus conocimientos previos, que pueden surgir son los siguientes:

a) La primera gráfica es incorrecta, pues manifiesta que el tiempo no transcurre.

b) La segunda también es incorrecta, al expresar que la velocidad es constante y tuvo un cambio brusco cuando el lápiz alcanzó su máxima altura.

c) La tercera es correcta, no hay cambios bruscos en la velocidad, la rapidez disminuye hasta que el lápiz alcanza la máxima altura y luego aumenta hasta que llega al suelo.

Después de esta discusión, se les pide que enlisten las variables involucradas en el proceso.

Los alumnos llegan a reconocer que las variables involucradas son tiempo, posición, velocidad y aceleración.

Se les invita a que analicen la relación entre ellas y propongan las condiciones iniciales.

Llegando a establecer que $\frac{d^2s}{dt^2} = -9.8$, sujeto a: $s(0) = s_0$ y $s'(0) = v_0$.

Luego se les pide encontrar una expresión que muestre la relación entre la posición del lápiz con respecto al tiempo.

Lo anterior lo obtienen concluyendo que dicha expresión se obtiene integrando $\frac{d^2s}{dt^2} = -9.8$.

Para finalizar, el maestro da la definición de ecuación diferencial, orden y se identifica el modelo encontrado como un problema de valor inicial.

Práctica 2 Vaciado de un tanque

En equipos de 5 integrantes, tiempo estimado 4 semanas:

Desarrolla experimentalmente la situación planteada en el problema 59 de la sección 1.4 del libro "*Ecuaciones Diferenciales y Problemas de Valor en la Frontera*" de Edwards y Penney. Ed. Pearson. Cuarta edición (2009). Permitido utilizar referencias bibliográficas y tecnologías.

<u>*Problema original*</u>

Un tanque de agua tiene la forma obtenida al girar la parábola $x^2 = by$ *alrededor del eje* ***y***. *La profundidad es de 4 pies a las 12 del día, cuando se quita el tapón circular del fondo del tanque. A la 1 P.M. la profundidad es de 1 pie.*

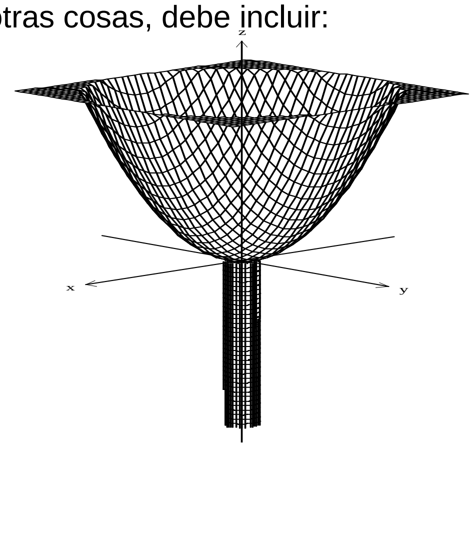
a) ¿Cuál es la profundidad del agua ***y(t)*** *que permanece después de* ***t*** *horas?*

b) ¿Cuándo queda vacío el tanque?

c) Si el radio inicial de la superficie superior del agua es de 2 pies, ¿Cuál es el radio circular del fondo?

<u>*Desarrollo experimental*</u>

1) Construir un tanque de acuerdo a las características de la situación descrita en el problema.
2) Realiza varias corridas del vaciado del tanque, registrando tus observaciones.
3) ¿Obtuviste los mismos tiempos que sugiere el problema?
4) ¿Qué influencia tiene el valor de ***b*** en resultados experimentales?
5) Si no obtuviste los datos que sugiere el problema ¿qué se puede variar en el tanque para obtener dichos tiempos?
6) ¿Cómo se afectan los resultados del problema, si se modifica la forma del depósito?
   Por ejemplo si fuera de forma cónica o cilíndrica o alguna otra.
7) ¿Qué efecto tiene la altura sobre el nivel del mar?
8) Realiza un reporte escrito. Este reporte, entre otras cosas, debe incluir:
   a) Una bitácora.
   b) La gráfica de la función altura.
   c) Una comparación de los resultados analíticos con los experimentales.
9) Utiliza los recursos tecnológicos a tu alcance y elabora una presentación multimedia donde se evidencien tus dificultades éxitos y fracasos



Práctica 3 Uso de tecnologías en la solución de EDL de Orden Superior.

¿Qué condiciones debe cumplir *m* para que la función $y = Ce^{mx}$, sea solución de la ecuación diferencial lineal homogénea de coeficientes de primer orden?

$$a_1 y' + a_0 = 0$$

Para responder sigue los siguientes pasos utilizando algún software simbólico (por ejemplo: Mathcad, Maple, Mathematica, Derive o cualquier calculadora):

1) Sustituye $y = Ce^{mx}$ en la EDL.
2) Resuelve la ecuación obtenida.
3) ¿Cuántas raíces obtuviste?
4) De esta manera la solución general de la ecuación diferencial es _____________

¿Es factible considerar que la función $y = Ce^{mx}$, sea solución de la ecuación diferencial lineal homogénea de coeficientes de segundo orden?

$$a_2 y'' + a_1 y' + a_0 = 0$$

Prueba esta suposición siguiendo el siguiente procedimiento utilizando el software:

1) Sustituye $y = Ce^{mx}$ en la EDL.
2) Resuelve la ecuación obtenida.
3) ¿Cuántas raíces obtuviste?
4) ¿Cuáles son los tres posibles casos que pueden presentarse, de acuerdo a la naturaleza de dichas raíces?
5) ¿Cuántas soluciones linealmente independientes se obtienen?
6) ¿Es factible utilizar el principio de superposición? ¿Cómo?
7) De esta manera la solución general de la ecuación diferencial puede presentarse como _______________, _________________ o _________________.

¿Es factible considerar que la función $y = Ce^{mx}$, sea solución de la ecuación diferencial lineal homogénea de coeficientes de orden mayor a dos?

$$a_n y^{(n)} + \cdots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 = 0$$

Argumenta tu respuesta.

Realiza un reporte de esta práctica indicando el software utilizado e incluye evidencias del desarrollo de la misma.